සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10	S	

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2024 සැප්තැම්බර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය

Combined Maths **12 ශ්‍රේණිය**

* **B** කොටසේ 15, 16, 17 ප්‍රශ්නවලින් අඩුම වශයෙන් ප්‍රශ්න 02 ක් වත් ඇතුළත් වන පරිදි ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

B - කොටස

(11) (a) $a \neq 0$ හා $a, b, c \in \mathbb{R}$ විට $ax^2 + bx + c$ හි මූල α හා β වේ $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ බවත් $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ බවත් පෙන්වන්න.

$f(x) = x^2 - 2x - 5 \quad x \in \mathbb{R}$ යයි ගනිමු. $f(x) = 0$ හි මූල α හා β නම් $\alpha^2 + 2, \beta^2 + 2$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය ලබා ගන්න.

$g(x) = f(x) + kx + 13$ යයි ගනිමු. $g(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල පැවතීම සඳහා k හි අගය පරාසය සොයන්න. තවද $k = -8$ වන විට $y = g(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එනයින් $|g(x)| - 1$ ප්‍රස්තාරය එම තලයේම දක්වන්න.

(b) ශේෂ ප්‍රමේයයන් ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 16x - 20$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. $(x+1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත. $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -28 වේ. a, b හි අගයන් සොයා $f(x)$ හි ඉතිරි සාධක ද සොයන්න.

(12) a) $x^2 + y^2 = 23xy$ නම්

$\log\left(\frac{x+y}{5}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ බව පෙන්වන්න.

(b) $x^2 + 2 \equiv A(4x^4 + 4x^2 + 1) + Bx^2(2x^2 + 1) + Cx(2x^2 + 1) + Dx^2 + Ex$ වන පරිදි A, B, C, D හා E හි අගයන් සොයන්න.

$\frac{x^2+2}{x(2x^2+1)^2}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

එනයින්, $\frac{x^2+2x+3}{(x+1)(2x^2+4x+3)^2}$ හි භින්න භාග අපෝහනය කරන්න.

$f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-1}$ නම් $f(x)$ හි වසම සොයන්න.

$g(x) = \frac{2x}{x+1}$ නම් $g^{-1}(x)$ සොයන්න. තවද $f_{o}g$ සොයන්න.

(13) a) $3y + 4x - 12 = 0$ සමීකරණය y හා x අක්ෂ කපන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් A හා B ය. AB රේඛාව 2 : 1 අනුපාතයෙන් බෙදෙන ලක්ෂ්‍යය C වේ. AB රේඛාව 2 : 1 අනුපාතයෙන් බාහිරව බෙදෙන ලක්ෂ්‍යය D වේ.

i) C ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලබා ගන්න.

ii) D ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලබා ගන්න.

iii) AOC Δ යේ වර්ගඵලය ලබා ගන්න.

iv) CD රේඛාවේ දිග ලබා ගන්න.

v) OP = 2CP වන පරිදි P ලක්ෂ්‍යයේ පථය $27x^2 + 27y^2 - 144x - 96y + 208 = 0$ බව ලබා ගන්න.

b) $y = 2|x+2| - 1$ හා $y = x + 3|x-1|$ හි ප්‍රස්තාර එකම සටහනක ඇඳ දක්වන්න.

ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $2|x+2| - 1 = x + 3|x-1|$ සමීකරණය විසඳන්න.

$x + 3|x-1| + 1 > 2|x+2|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්වික අගය පරාසයන් සොයන්න.

තවද $x + 3|x| + 2 > 2|x+3|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි අගය පරාසය අපෝහනය කරන්න.

(14) a) sin (A + B) හා cos (A + B) හි ප්‍රසාරණය sin A , cos A , sin B හා cos B ඇසුරින් ලියා දක්වන්න. එනයින් sin 2A හා cos 2A සඳහා ප්‍රකාශන අපෝහනය කරන්න

$y = \sin x + \sqrt{3}\cos x$ ප්‍රකාශන සුළු කිරීමෙන්,

$y = A\sin(x + \alpha)$ ආකාරයට පත් කරන්න. මෙහි $A\,(>0)$ හා $\alpha\,(<\pi/2)$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$-\pi \leq x \leq \pi$ ප්‍රාන්තරය තුළ $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

b) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් සයින් ප්‍රමේයය ලියා දක්වන්න.

$O\hat{A}B = O\hat{B}C = O\hat{C}A = \alpha$ වන පරිදි ABC ත්‍රිකෝණය තුළ O ලක්ෂ්‍යය අන්තර්ගත වේ.

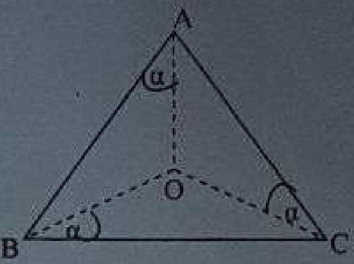
$B\hat{O}C = 180^0 - C$ බව පෙන්වා OAB Δ හා OBC Δ සඳහා සයින් ප්‍රමේය භාවිතයෙන්,

$OB = \frac{c\sin\alpha}{\sin B}$ හා $OB = \frac{a\sin(C-\alpha)}{\sin C}$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත්,

$\frac{\sin C \,.\, \sin\alpha}{\sin A \,.\, \sin B} = \frac{\sin(C-\alpha)}{\sin(A+B)}$ බව පෙන්වා

$\cot\alpha = \cot A + \cot B + \cot C$ බව අපෝහනය කරන්න.



c) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2x+1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4x+1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{x^2}\right)$ සමීකරණය තෘප්ත කරන x හි ධන නිඛිලමය අගය සොයන්න.

15) a) බැලූනයක් $t = 0$ දී නිශ්චලතාවයේ සිට λg ඒකාකාර ත්වරණයකින් සිරස් ලෙස ඉහළ නගී. $t = t$ වේලාවේදී බැලූනයේ සිට වස්තුවක් මුදා හරී. පළමු වස්තුව මුදා හැර තවත් t_0 කාලයකදී බැලූනයෙන් තවත් වස්තුවක් මුදා හරී. දෙවන වස්තුව මුදාහල මොහොතේ සිට t_1 කාලයකදී එය උපරිම උසට ළඟා වේ නම් බැලූනයේ හා වස්තුවල චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ $t_1 = \lambda(t + t_0)$ බව පෙන්වන්න. තවද දෙවන වස්තුවේ උපරිම උස t, t_0, λ, g ඇසුරෙන් සොයන්න.

දෙවන වස්තුව උපරිම උසේදී පළමු වස්තුව පොළොවට පතිත වේ නම් $\lambda = \frac{t_0^2}{(t-t_0)(t+t_0)}$ බව පෙන්වන්න.

b) චලනය වන බස් රථයක් $t = 0$ දී තිරිංග යෙදීමෙන් ඒකාකාරව මන්දනය වී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. $t = 4$ s දී හා $t = 6$ s දී බස්රථයේ විස්තාපන පිළිවෙලින් 256 m හා 336 m වෙයි. චලිත සමීකරණ භාවිතයෙන් බස්රථයේ මන්දනයත් $t = 6$ s දී බස්රථයේ ප්‍රවේගයත් බස්රථය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන විට ගතවන කාලයත් සොයන්න.

16) a) A හා B යනු O ලක්ෂ්‍යයක් සමග ඒක රේඛීය නොවන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යයි ගනිමු. D යනු $3\,BD = DA$ වන පරිදි AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් නම්, O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

$\overline{AC} = \lambda \underline{b}\ (\lambda > 1)$ හා O , D , C ඒක රේඛීය නම්, λ හි අගය හා OD : DC අනුපාතය සොයන්න.

$\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන් $\overline{BC}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

$A\hat{C}D = \theta$ නම් $\cos\theta = \frac{\underline{a}\,.\,\underline{b} + 3|\underline{b}|^2}{|\underline{b}|\,|\underline{a} + 3\underline{b}|}$ බව පෙන්වන්න.

b) ABCDE පංචාස්‍රය x අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. A හා E ශීර්ෂ y අක්ෂය මත, E ට පහළින් A පිහිටන සේ වේ.

C ශීර්ෂය x අක්ෂය මත වේ. BD = 4 m හා AE = 2 m වේ. $A\hat{E}D = 120^0$ හා $D\hat{C}B = 60^0$ වේ. AE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O වේ.

විශාලත්ව 3N , 5N , 3N , 7N , 9N හා 4N බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BD}$ දිගේ ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා එය x අක්ෂය ඡේදන කරන ස්ථානයට O සිට ඇති දුර සොයන්න.

දැන් $\overrightarrow{AE}$ දිගේ ක්‍රියාකරන බලය ප්‍රත්‍යාවර්ත කර, විශාලත්වය $5\sqrt{3}$ N වූ OC දිගේ ක්‍රියාකරන බලයක්ව හා දක්ෂිණාවර්ත අතට ක්‍රියාකරන $8\sqrt{3}$ Nm ඝූර්ණයක් සහිත යුග්මයක් ඉහත පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව බලය ඌනනය වන තනි බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

17) a) විශාලත්ව 3N හා 10N වූ බල දෙකක් ලක්ෂ්‍යයකදී 60^0 කෝණයකින් ආනතව ක්‍රියා කරයි. ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව නිර්ණය කරන්න.

දැන් එම බල දෙක අතුරු මාරු කළ විට ලැබෙන සම්ප්‍රයුක්ත බලයත්, මුල් සම්ප්‍රයුක්ත බලයත් අතර සුළු කෝණය θ නම් $\text{Tan}\,\theta = \frac{91\sqrt{3}}{229}$ බව පෙන්වන්න.

b) ABCD සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක A හා D දෙකෙළවර අචල එකම තිරස් මට්ටමේ ඇති අතර තන්තුව මත වන B හා C ලක්ෂ්‍ය දෙකකදී පිළිවෙලින් 10 kg හා 3 kg වන ස්කන්ධ අමුණා ඇත. සමතුලිතතාවයේ දී AB හා CD තන්තු කොටස් උඩුඅත් සිරස සමග පිළිවෙලින් 60^0 හා 30^0 කෝණ සාදන අතර C ලක්ෂ්‍යය B ලක්ෂ්‍යයට ඉහළින් පිහිටයි. BC තන්තුව සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

c) ස්කන්ධය m වූ ද අඩ සිරස් කෝණය α වූ ද ආධාරකයේ අරය a වූද ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක් දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් කේතුවේ A ශීර්ෂයේ හා වෘත්තාකාර ආධාරකයේ ඇති B ලක්ෂකින් ගැට ගසා සුමට නාදැත්තක් මතින් පන්නා එල්ලා ඇත. කේතුව සමතුලිතව ඇති අවස්ථාවේදී එහි අක්ෂය තිරස්ව ඇත. තන්තු කොටස් දෙකෙහි යටිඅත් සිරස සමග සාදන කෝණ සමාන බව පෙන්වන්න. එම කෝණය β නම් $\tan\beta = \frac{1}{2}\cot\alpha$ බව පෙන්වන්න. තවද තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.